

Exercice 1 [5 points]

1°/ La population d'une ville africaine était de 650 000 habitants début 2010 qui a augmenté de 8% la 1^{ère} année et de 10% l'année suivante. Quel a été le nombre d'habitants de cette ville en fin 2012 ? (2pts)

2°/ La population de cette ville est passée de 650 000 en 2010 à 721 500 en 2013. Quel est le coefficient multiplicateur ? Quel est le taux d'évolution ? (1,5pt)

3°/ Dans un aliment pour bébé, il y a 75% de légumes dont 60% de carottes. Quel pourcentage de carottes dans cet aliment ? (1,5pt)

Exercice 2 [4 points]

Le 1^{er} janvier 2010 Mamadou a placé 120 000 F à intérêts composés, au taux de 9%. On note C_n le capital au 1^{er} janvier (2010 + n).

1°/ Calculez C_1 puis établissez la relation entre C_n et C_{n+1} . Déduisez en C_n en fonction de n . (1pt)

2°/ Au 1^{er} janvier 2017 Mamadou aura besoin de 400 000 F pour acheter une moto. Le capital qu'il possèdera sera-t-il suffisant pour subvenir à cette dépense ? Sinon combien devra-t-il emprunter ? (1,5pt)

3°/ A quel taux aurait-il dû placer son capital le 1^{er} janvier 2010 pour disposer des 400 000 F au 1^{er} janvier 2017 ? (1,5pt)

Exercice 3 [3 points]

Le 15 juin trois effets :

- 87 000 F à échéance du 21 juillet
 - 99 000 F à échéance du 4 août
 - 109 000 F à échéance du 3 juillet,
- sont remplacés par un effet unique à échéance du 13 juillet ; taux 9%.

Quelle est la valeur nominale de l'effet unique ?

Exercice 4 [8 points]

On se propose d'étudier les effets du volume de la récolte mondiale d'un produit agricole sur les prix atteints par ce produit. Par la suite, x désigne la quantité récoltée en millions de tonnes. La recette totale en millions de francs CFA est donnée par la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $\mathcal{R}(x) = -0,4x^2 + 8x$.

1°/ Etudiez la fonction \mathcal{R} et la représenter graphiquement (2 pts)

2°/ L'ensemble des charges totales (entraînées par la récolte) est donné par la fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = 25 + x$.

a-/ Déterminez les points d'intersection de cette droite avec la parabole précédente représentant la recette totale. (1 pt)

b-/ Déterminez graphiquement la zone correspondant à un gain. (2 pts)

3°/ Déterminez la fonction bénéfice \mathcal{B} et la représenter graphiquement. Déterminez la valeur de x pour laquelle le bénéfice atteint son maximum. (3 pts)

Exercice 1 : (5 points)

1. La population d'une ville africaine était de 650 000 habitants début 2010 qui a augmenté de 8% la 1^{ère} année et de 10% l'année suivante. Quel a été le nombre d'habitants de cette ville en fin 2012 ? **(2pts)**
2. La population de cette ville est passée de 650 000 en 2010 à 721 500 en 2013. Quel est le coefficient multiplicateur ? Quel est le taux d'évolution ? **(1,5pt)**
3. Dans un aliment pour bébé, il y a 75% de légumes dont 60% de carottes. Quel pourcentage de carottes dans cet aliment ? **(1,5pt)**

Exercice 2 : (4 points)

Le 1^{er} janvier 2010 Mamadou a placé 120 000 à intérêts composés, au taux de 9%. On note C_n le capital au 1^{er} janvier (2010 + n).

1. Calculez C_1 puis établissez la relation entre C_n et C_{n+1} . Déduisez-en C_n en fonction de n . **(1 pt)**
2. Au 1^{er} janvier 2017 Mamadou aura besoin de 400000 pour acheter une moto. Le capital qu'il possèdera sera-t-il suffisant pour subvenir à cette dépense? Sinon combien devra-t-il emprunter? **(1,5pt)**
3. A quel taux aurait-il dû placer son capital le 1^{er} janvier 2010 pour disposer des 400 000F au 1^{er} janvier 2017 ? **(1,5pt)**

Exercice 3 : (3 points)

Le 15 juin trois effets :

- 87 000 F à échéance du 21 juillet
 - 99 000 F à échéance du 4 août
 - 109 000 F à échéance du 3 juillet,
- sont remplacés par un effet unique à échéance du 13 juillet ; taux 9%.
Quelle est la valeur nominale de l'effet unique ?

Exercice 4 : (8 points)

On se propose d'étudier les effets du volume de la récolte mondiale d'un produit agricole sur les prix atteints par ce produit. Par la suite, x désigne la quantité récoltée en millions de tonnes. La recette totale en millions de francs CFA est donnée par la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $\mathcal{R}(x) = -0,4x^2 + 8x$

1. Etudiez la fonction \mathcal{R} et la représenter graphiquement **(2 pts)**
2. L'ensemble des charges totales (entraînées par la récolte) est donné par la fonction g définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = 25 + x$
 - a. Déterminez les points d'intersection de cette droite avec la parabole précédente représentant la recette totale. **(1 pt)**
 - b. Déterminez graphiquement la zone correspondante à un gain. **(2 pts)**
3. Déterminez la fonction bénéfice \mathcal{B} et la représenter graphiquement. Déterminez la valeur de x pour laquelle le bénéfice atteint son maximum. **(3 pts)**

EXERCICE 1 :

- Déterminons le nombre d'habitants de cette ville en fin 2012
La population, début 2010 est de 6500000 habitants; si elle augmente de 8% la première année puis de 10% la deuxième année alors on a un pourcentage successif d'où la population en fin 2012 est:
$$650000 \left(1 + \frac{8}{100}\right) \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 772200 \text{ habitants.}$$
- Déterminons le coefficient multiplicateur lorsque la population passe de 650000 à 721500;
$$C_M = \frac{\text{valeur finale}}{\text{valeur initiale}} = \frac{721500}{650000} = 1,11 \Rightarrow C_M = 1,11$$

Le taux d'évolution est: $t = (C_M - 1) \times 100 = (1,11 - 1) \times 100 = 11\% \Rightarrow t = 11\%$
- Déterminons le pourcentage de carotte dans cet aliment
Il s'agit d'un pourcentage de pourcentage
$$t = \left(\frac{75 \times 60}{100}\right)\% = 45\% \Rightarrow t = 45\%$$

EXERCICE 2 :

- Calculons C_1 puis établissons la relation entre C_n et C_{n+1} .
Le placement étant à intérêts composés $C_1 = \left(1 + \frac{t}{100}\right) C_0$ avec $C_0 = 120000$
$$C_1 = \left(1 + \frac{9}{100}\right) \times 120000 = 130800 \Rightarrow C_1 = 130800$$

Dans un placement à intérêts composés on a une suite géométrique de raison
$$q = \left(1 + \frac{t}{100}\right) = \left(1 + \frac{9}{100}\right) = 1,09$$
, d'où $C_{n+1} = 1,09 \times C_n$;
Déduisons en l'expression de C_n en fonction de n .
$$C_n = 120000 \times (1,09)^n$$
- Déterminons d'abord la valeur acquise par C_0 en 2017
 $2010 + n = 2017 \Rightarrow n = 7$; d'où $C_7 = 120000 \times (1,09)^7 = 219364,7 < 400000$ donc le capital est insuffisant. Il devra emprunter la somme de $400000 - 219364,7 = 180635,3$.
- Déterminons le taux de placement pour disposer de 400000 f
Résolvons l'équation $C_n = 400000$
$$120000 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^7 = 400000 \Leftrightarrow \left(1 + \frac{t}{100}\right)^7 = \frac{400000}{120000}$$

On obtient $\frac{t}{100} = 3,3^{\frac{1}{7}} - 1 \Rightarrow t = \left(3,3^{\frac{1}{7}} - 1\right) \times 100$; d'où $t = 18,6\%$.

EXERCICE 3 :

	109000	X	87000	99000	<i>valeur nominale</i> →
15/6	3/7	13/7	21/7	4/8	

Soit X la valeur nominale de l'effet unique de durée $n = 30 - 15 + 13 = 28$,

X_1 le premier effet de durée $n_1 = 30 - 15 + 21 = 36$

X_2 le deuxième effet de durée $n_2 = 30 + 15 + 31 + 4 = 50$

X_3 le troisième effet de durée $n_3 = 30 - 15 + 3 = 18$

L'équilibre des engagements permet d'écrire l'équation suivante

$$X - \frac{Xnt}{36000} = X_1 - \frac{X_1 n_1 t}{36000} + X_2 - \frac{X_2 n_2 t}{36000} + X_3 - \frac{X_3 n_3 t}{36000}$$

$$X \left(1 - \frac{nt}{36000} \right) = X_1 \left(1 - \frac{n_1 t}{36000} \right) + X_2 \left(1 - \frac{n_2 t}{36000} \right) + X_3 \left(1 - \frac{n_3 t}{36000} \right)$$

$$\text{D'où } X = \frac{X_1 \left(1 - \frac{n_1 \times t}{36000} \right) + X_2 \left(1 - \frac{n_2 \times t}{36000} \right) + X_3 \left(1 - \frac{n_3 \times t}{36000} \right)}{\left(1 - \frac{n \times t}{36000} \right)}$$

$$\text{Par suite } X = \frac{87000 \left(1 - \frac{36 \times 9}{36000} \right) + 99000 \left(1 - \frac{50 \times 9}{36000} \right) + 109000 \left(1 - \frac{18 \times 9}{36000} \right)}{\left(1 - \frac{28 \times 9}{36000} \right)} = 294550,86$$

La valeur nominale de l'effet unique est de 294550,86 F.

EXERCICE 4 :

1. Etudions et représentons la fonction recette \mathcal{R}

$$\mathcal{R} = -0,4x^2 + 8x ; D_{\mathcal{R}} = [0 ; +\infty [$$

$$\mathcal{R}'(x) = -0,8x + 8 \quad \mathcal{R}'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

x	0	10	$+\infty$
$\mathcal{R}'(x)$		+	-
$\mathcal{R}(x)$	0	40	$-\infty$

2. L'ensemble des charges totales est la fonction $g(x) = 25 + x$

a. On résout l'équation $\mathcal{R}(x) = g(x)$ avec $g(x) = 25 + x$

$$\mathcal{R}(x) = g(x) \Leftrightarrow -0,4x^2 + 8x = 25 + x \Leftrightarrow -0,4x^2 + 8x - 25 - x = 0 \Leftrightarrow -0,4x^2 + 7x - 25 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9; x_1 = 12,5 \text{ et } x_2 = 5 ; g(12,5) = 37,5 \text{ et } g(5) = 30$$

Les points d'intersection sont : **(12,5; 37,5) et (5; 30)**

b. Déterminons graphiquement la zone correspondant à un gain

Le gain correspond à la zone où la parabole est au dessus de la droite d'équation $y = 25 + x$ (**partie hachurée**).

3. Déterminons la fonction bénéfice \mathcal{B} et la représentons

$$\mathcal{B}(x) = \mathcal{R}(x) - g(x) = -0,4x^2 + 7x - 25 ; \mathcal{B}'(x) = -0,8x + 7 ; \mathcal{B}'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 8,75$$

x	0	8,75	$+\infty$
$\mathcal{B}'(x)$		+	-
$\mathcal{B}(x)$	-25	5,625	$-\infty$

Le bénéfice atteint son maximum pour $x = 8,75$ millions de tonnes

Ech : sur l'axe des ordonnées on prendra 1cm pour 10

