| | |
|---|---|
| **Ministère de l'Éducation Nationale** | **République du Mali** |
| **Centre National des Examens et Concours de l'Éducation** | **Un Peuple-Un But-Une Foi** |
| EXAMEN : Baccalauréat Général | BAC 2023 |
| Série: Terminale Langues et Littérature (**TLL**) | SESSION : Juin 2023 |
| Épreuve: Mathématiques     Durée: 2 heures | Coefficient: 1 |

**Exercice 1 :……………………………………………………………..…5 points**

1) Calcule les limites suivantes :

   a) $\lim\limits_{x\to-\infty} (x^3 - 4x + 1)$ ;     b) $\lim\limits_{x\to+\infty} (\frac{x^2-2x+5}{1-x})$ ;

2) Détermine la dérivée $f'$ de la fonction $f$, sur son ensemble de définition, dans les cas suivants :

   a) $f(x) = x(x^2 - 1)$ ;     b) $f(x) = \frac{3x-1}{2x+3}$ ;     c) $f(x) = 2x^2 + 3$.

**Exercice 2 :……………………..…………………………………………5 points**

Mme KOUMA, présidente d'une association villageoise de femmes, place une somme de 35000f, dans une caisse d'épargne, le 30 Janvier 2023. À la fin de chaque mois son argent lui rapporte une somme de 750f comme intérêt.

1) Calcule le montant que Mme KOUMA aura sur son compte en Février 2023 ; puis en fin Mars 2023 ;
2) Détermine la somme d'argent qu'elle aura dans son compte au bout de sept (7) mois de placement ;
3) Détermine en fonction du nombre $n$ de mois de placement, le montant que Mme KOUMA aura dans son compte, $n$ mois après Janvier 2023 ;
4) Au bout de combien de mois de placement, le capital de Mme KOUMA aura-t-il doublé ?

**Problème :……………………………………………………..………………10 points**

On considère la fonction $f$ définie sur $IR$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ et $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) a) Détermine l'ensemble de définition $D_f$ de $f$ ;

   b) Calcule les limites de $f$ aux bornes de $D_f$ ;

2) a) Calcule la dérivée $f'$ de de la fonction $f$ ;

   b) Etudie le signe $f'(x)$ ;

   c) Dresse le tableau de variations de $f$ ;

3) Détermine une équation de la tangente $(T)$ à la courbe $(C_f)$ de $f$ au point d'abscisse 2 ;
4) Complète le tableau ci-dessous :

| $x$ | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | |

5) Trace $(C_f)$ et $(T)$ dans le même repère$(O; \vec{i}; \vec{j})$.

## Exercice 1 : ........................................................................................ 5 points

**1.** Calculons les limites suivantes:

**a.** $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^3 - 4x + 1\right) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^3\right) = -\infty$

**b.** $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2 - 2x + 5}{1 - x}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x^2}{-x}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} (-x) = -\infty$

**2.** Déterminons la dérivée $f'$ de la fonction $f$, sur son ensemble de définition, dans les cas suivants:

**a.** $f(x) = x\left(x^2 - 1\right)$

$\boldsymbol{D_f = \mathbb{R}}$

$f'(x) = 1\left(x^2 - 1\right) + x(2x) = x^2 - 1 + 2x^2 = 3x^2 - 1$

$\boldsymbol{f'(x) = 3x^2 - 1}$.

**b.** $f(x) = \dfrac{3x - 1}{2x + 3}$

$D_f = \{\boldsymbol{x / x \in \mathbb{R} \, ; \, 2x + 3 \neq 0}\}$

Posons : $2x + 3 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{-3}{2}$

$\boldsymbol{D_f = \mathbb{R} - \left\{-\dfrac{3}{2}\right\}}$

$f'(x) = \dfrac{3(2x + 3) - 2(3x - 1)}{(2x + 3)^2} = \dfrac{6x + 9 - 6x + 2}{(2x + 3)^2} = \dfrac{11}{(2x + 3)^2}$

alors $\boldsymbol{f'(x) = \dfrac{11}{(2x + 3)^2}}$

**c.** $f(x) = 2x^2 + 3$

$\boldsymbol{D_f = \mathbb{R}}$

$\boldsymbol{f'(x) = 4x}$.

## Exercice 2: ........................................................................................ 5 points

Soit $U_0 = 35\,000$ et $I = r = 750$

**1.** Calculons le montant que Mme KOUMA aura sue son compte :
En Février 2023

$U_1 = U_0 + r = 35\ 000 + 750 = 35\ 750$ d'où $U_1 = 35\ 750$

En Mars 2023

$U_2 = U_1 + r = 35\ 750 + 750 = 36\ 500$ d'où $U_2 = 36\ 500$

**2.** Calculons la somme d'argent qu'elle aura dans son compte au bout de sept $(7)$ mois de placement.

**Méthode 1**

$U_3 = U_2 + r = 36\ 500 + 750 = 37\ 250$

$U_4 = U_3 + r = 37\ 250 + 750 = 38\ 000$

$U_5 = U_4 + r = 38\ 000 + 750 = 38\ 750$

$U_6 = U_5 + r = 38\ 750 + 750 = 39\ 500$

$U_7 = U_6 + r = 39\ 500 + 750 = 40\ 250$ d'où $U_7 = 40\ 250.$

**Méthode 2**

Au bout de sept $(7)$ mois de placement, 750 est ajouté 7 fois à la somme de $35.000F$

Donc $U_7 = 35\ 000 + 7 \times 750 = 40\ 250$

$U_7 = 40\ 250$

**3.** Déterminons en fonction de $n$ le montant que Mme KOUMA aura dans son compte $n$ mois après janvier 2023

En se reférent sur la question précédente :

Au bout de 7 mois de placement Mme KOUMA avait dans son compte :

$35\ 000 + 7 \times 750 = 40\ 250$

Donc, $n$ mois après janvier 2023 Mme KOUMA aura dans son compte :

$35\ 000 + n \times 750$

$U_n = 35\ 000 + 750n$

**4.** Déterminons le nombre de mois au bout duquel le capital de Mme KOUMA aura doublé

$$U_n = 2U_0 \Rightarrow 35\ 000 + 750n = 2 \times 35000 \Rightarrow n = \frac{70000 - 35\ 000}{750}$$

$$= \frac{35\ 000}{750} = 46{,}66 \approx 47.$$

D'où $n = 47$

Le capital de Mme KOUMA aura doublé au bout de 47 mois

## *Problème :* ........................................................................................ *10 points* ✍

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

**1.** **a.** Déterminons l'ensemble de définition $D_f$ de $f$

$D_f = \mathbb{R} = ]-\infty;+\infty[$

**b.** Calculons les limites de $f$ aux bornes de $D_f$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3-3x^2+3x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(x^3\right)=-\infty \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x^3-3x^2+3x\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x^3\right)=+\infty \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$$

**2.** **a.** Calculons la dérivée $f'$ de la fonction $f$.

$f'(x)=3x^2-6x+3$

**b.** Étudions le signe de $f'(x)$

$f'(x)=3x^2-6x+3=3\left(x^2-2x+1\right)=3(x-1)^2$

$\forall x\in\mathbb{R};\ f'(x)\geq 0$

**c.** Dressons le tableau de variation de $f$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | | $\nearrow$ | | $+\infty$ |

**3.** Déterminons une équation de la tangente $(T)$ à la courbe $(C_f)$ au point d'abscisse 2

$(T)$: $y=f'(2)(x-2)+f(2)$

$f'(2)=3\times 2^2-6\times 2+3=3$

$f(2)=2^3-3\times 2^2+3\times 2=8-12+6=2$

$(T)$: $y=f'(2)(x-2)+f(2)=3(x-2)+2=3x-6+2=3x-4$

$(T)$: $y=3x-4$

**4.** Complétons le tableau ci-dessous

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-7$ | $0$ | $1$ | $2$ |

$f(-1)=(-1)^3-3(-1)^2+3(-1)=-1-3-3=-7$

$f(0)=0^3-3(0)^2+3(0)=0$

$f(1) = 1^3 - 3(1)^2 + 3(1) = 1 - 3 + 3 = 1$

**5.** Traçons $(C_f)$ *et* $(T)$ dans le même repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$