Bac Mathématiques

Burkina Faso 2023

Série G2

1er tour

Durée : 2h
Coefficient : 3
Calculatrice non autorisée

Exercice (8 points)

Une entreprise étudie l'évolution du pourcentage de femmes parmi ses employés. Le tableau suivant donne, pour les années indiquées, l'évolution du pourcentage de femmes dans l'entreprise :

Année	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang (x)	1	2	3	4	5	6
Pourcentage (y)	6	8,5	9,5	11	12	13

1) Représenter le nuage de points (x, y) dans un repère orthogonal :
   Echelle : $1cm$ pour 1 rang sur l'axe des abscisses et
   $1cm$ pour 2% sur l'axe des ordonnées. (1,5 pt)
2) Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique. (2 pts)
3) On note G_1 le point moyen des trois premiers points et G_2 celui des trois derniers.
   a) Calculer les coordonnées de G_1 et G_2 puis tracer la droite (G_1G_2). (2 pts)
   b) Déterminer l'équation de la droite (G_1G_2) sous forme $y = mx + p$ où m et p seront donnés sous forme de fraction irréductible. (1 pt)
4) a) Déterminer graphiquement une estimation du pourcentage de femmes parmi les employés en 2023. (0,5 pt)
   b) Par un calcul, déterminer l'année où le pourcentage de femmes atteindra 24%. (1 pt)

Problème (12 points)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 1cm).

1) a) Préciser l'ensemble de définition de f. (0,5 pt)

   b) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition ; en déduire que la courbe (C) admet une asymptote dont on précisera une équation. (2 pts)

2) a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe. (2 pts)

   b) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. (1 pt)

3) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0. (1 pt)

4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec les axes de coordonnées. (1 pt)

5) a) Tracer la courbe (C) et la tangente (T) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (1,5 pt)

   b) A l'aide de la représentation graphique de f, donner suivant les valeurs du réel m, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$. (1 pt)

6) Vérifier que la fonction numérique F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (x^2 - 4x + 5)e^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. (1 pt)

7) Calculer l'aire A de la partie E des points $M(x, y)$ du plan tels que :

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases} \qquad \text{(1 pt)}$$

On rappelle que : $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 e^x = 0$; $\lim\limits_{x \to -\infty} x e^x = 0$

On donne : $f(2) \approx 7,4$; $f(-2) = 1,2$;

$f(-3) = 0,8$; $f(1,5) = 1,1$;

$\frac{4}{e} = 1,5$.